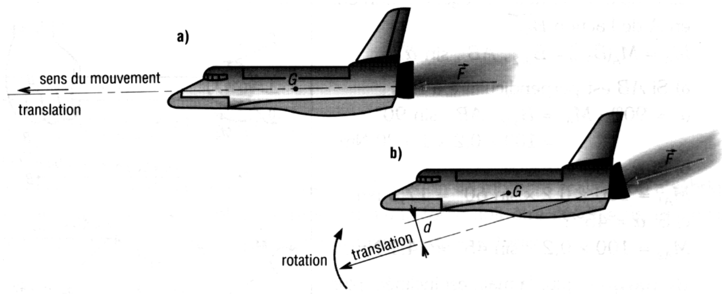
Statique – Forces et moments

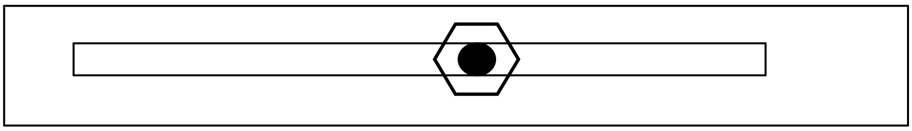
1) Notion de moment d'une force :

Les effets d'une force sur un solide dépendent de la position de la force par rapport au corps.

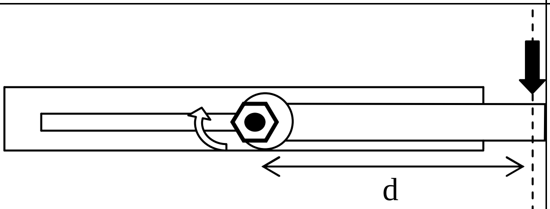
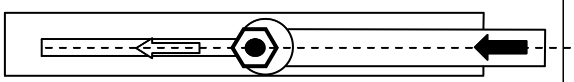


Pour traduire avec précision les effets d'une force, il est nécessaire de faire intervenir la notion de moment.

Lorsque **les liaisons** du système isolé le permettent :
- une force ponctuelle provoquera une translation
- un moment provoquera une rotation

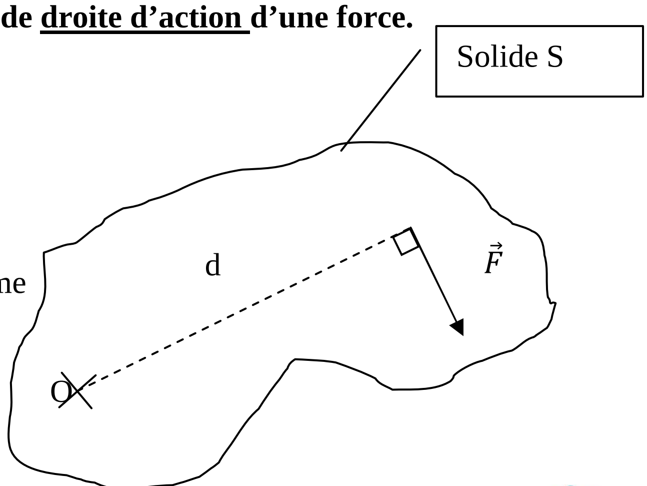


Si on place un boulon dans une glissière (liaisons surfaciques) on peut avec une clé de serrage le faire tourner en exerçant une **force** dont la ligne d'action est **perpendiculaire** à la glissière ou le translater en exerçant une **force** dont la ligne d'action est **parallèle** à la glissière.

Rotation	Translation
	
Amplitude du déplacement (rotation) liée à l'intensité de la force et à la distance d.	**Amplitude du déplacement (translation) liée à l'intensité de la force et à la distance d.**

On met ainsi en évidence l'importance de la notion de droite d'action d'une force.

2) Définition du moment :



Soit un solide S soumis à une force $\vec{F}$.

Le moment au point O de la force $\vec{F}$ est noté $M_{O(\vec{F})}$

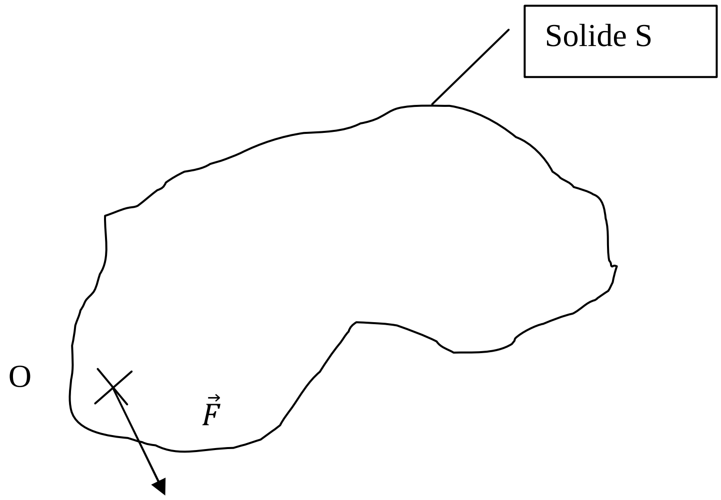
$M_{O(\vec{F})} = \pm\|\vec{F}\|$ x d

La « norme de $\vec{F}$ » $\|\vec{F}\|$ est toujours positive et s'exprime en N

Le bras de levier est PERPENDICULAIRE à la ligne d'action de la force $\vec{F}$. Il s'exprime en m.

$M_{O(\overrightarrow{F})} = 0$ si :

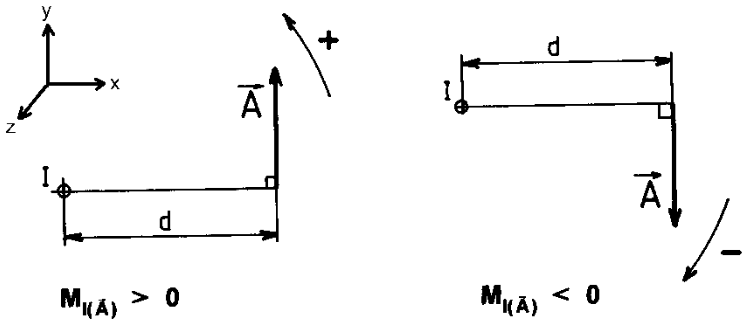
- F=0 (pas de force)
- d = 0. La droite d'action de $\overrightarrow{F}$ passe par le point **O.**



<u>Attention :</u> Nous ne modéliserons pas le moment d'une force comme un vecteur. Il s'agira d'une **grandeur algébrique** positive ou négative.

Son unité noté N.m est le [newton mètre.]

<u>Convention de signe :</u>

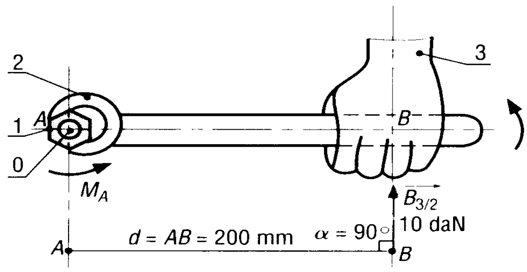


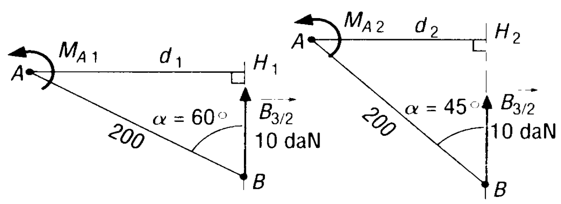
Le moment de l'exemple ci-dessus est donc négatif (rotation dans le sens des aiguilles d'une montre).

Exemple 1

Déterminons le couple de desserrage exercé par une clé plate sur un écrou en fonction de l'inclinaison de l'effort exercé par la main de l'opérateur

- Cas 1 : α = 90°
- Cas 2 : α = 60°
- Cas 3 : α = 45°



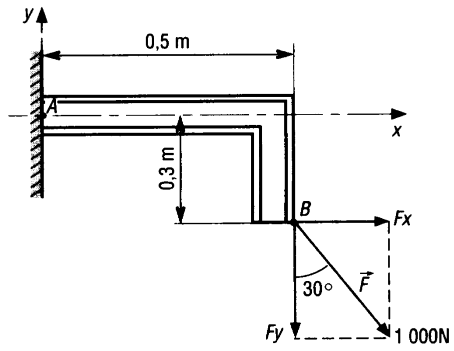


Le couple de serrage = moment de l'action en A exercé par la main

…………………………………………………………………
…………………………………………………………………
…………………………………………………………………
…………………………………………………………………
…………………………………………………………………
…………………………………………………………………
…………………………………………………………………
…………………………………………………………………
…………………………………………………………………
…………………………………………………………………

Exemple 2

Déterminer le moment en A de l'action mécanique **F**



……………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………

3) Equilibre du solide :

Principe fondamental la statique :
Un système matériel (S) est en équilibre, c'est-à-dire au repos, par rapport à un repère si, au cours du temps, les coordonnées de chaque point de (S) sont constantes dans le repère.

Pour un système en équilibre soumis à n forces à on a :

Et pour n'importe quel point de l'espace O :

Réciproquement :
Si

Et pour n'importe quel point de l'espace O :

Alors le système est en équilibre

4) Moment résultant de plusieurs forces

Le moment résultant en un point A de n forces (+ +……) est égal à la somme des moments en A de chacune des forces.

Choix du point A :
Lorsqu'une force est inconnue on calculera les moments par rapport au point d'application de cette force. En effet si est appliquée en A,

5) Système soumis à deux forces, notion de couple :

Théorème :

Un système isolé soumis à deux forces est en équilibre si les deux forces ont même droite d'action, même intensité et de sens opposés.

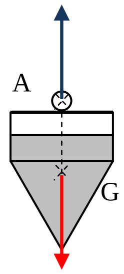
Réciproquement **:**
Si un système isolé est soumis à deux forces de même droite d'action, même intensité et de sens opposés alors il est en équilibre.

Une force inconnue : problème qui peut être résolu (On trouve le vecteur force).
Deux vecteurs forces inconnus problème impossible à résoudre !

Exemple issu du cours précédent :
Manutention d'une benne à béton :

Crochet de levage

Benne à béton

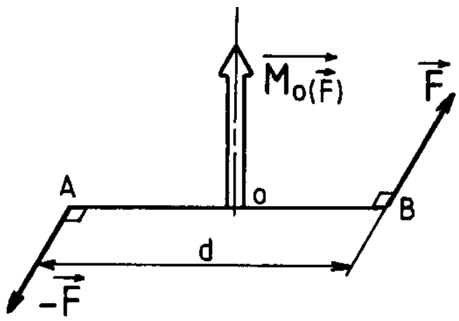


=-

Couple de Force :

On appelle couple le moment engendré par deux forces égales et opposées ayant des lignes d'actions différentes

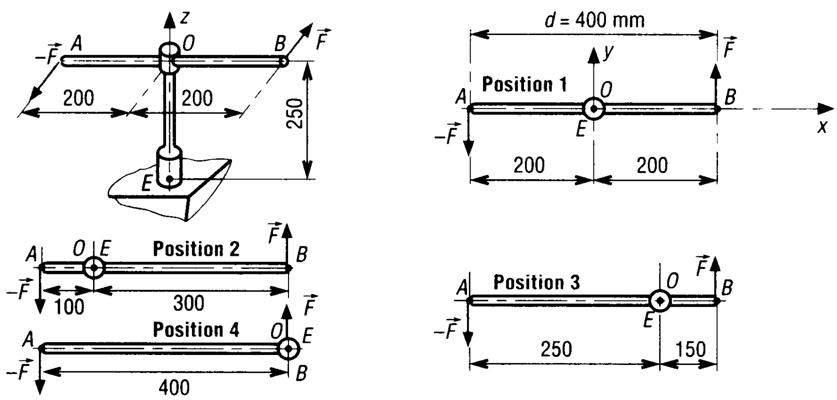
L'intensité du couple est indépendante du point O. Elle ne dépend que de la distance *d* et de l'intensité de *F*



Exemple

Si F = 100 N, déterminer le couple de desserrage au point M dans les positions indiquées

………………………………………
………………………………………
………………………………………
………………………………………
………………………………………
………………………………………
………………………………………
………………………………………



6) Système soumis à trois forces :

Un système soumis à trois forces est en équilibre si et seulement si :

$$\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} = \vec{0}$$

Et pour n'importe quel point de l'espace O :

$$\boldsymbol{M_{O(\overrightarrow{F_1})} + M_{O(\overrightarrow{F_2})} + M_{O(\overrightarrow{F_3})} = 0}$$

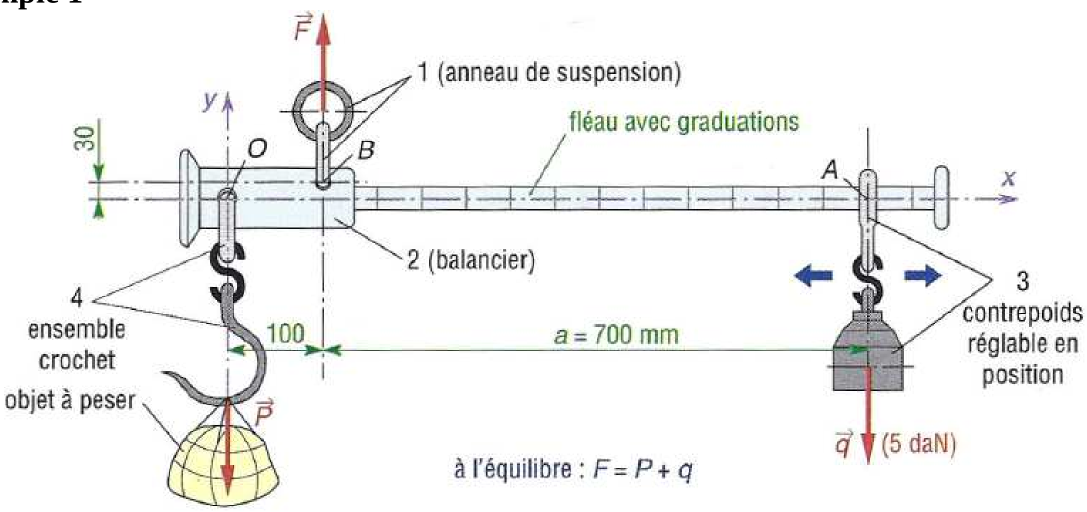
- Système soumis à trois forces parallèles :
  Théorème :

Un système isolé soumis à trois forces parallèles (droites d'action //) est en équilibre si et seulement si :
1 - la somme des intensités algébrique des trois forces est nulle (une force dans un sens deux dans l'autre opposé).
F1+F2+F3 = 0 (sens positif vers le haut).

2 – la somme des moments par rapport à un point O est nulle
F1.d1+F2.d2+F3.d3= 0 (sens positif pour F si la force fait tourner le système dans le sens trigonométrique).

Remarque :
Soit O est choisi au point d'application de $\vec{F_1}$ on obtient : F2.d2+F3.d3= 0

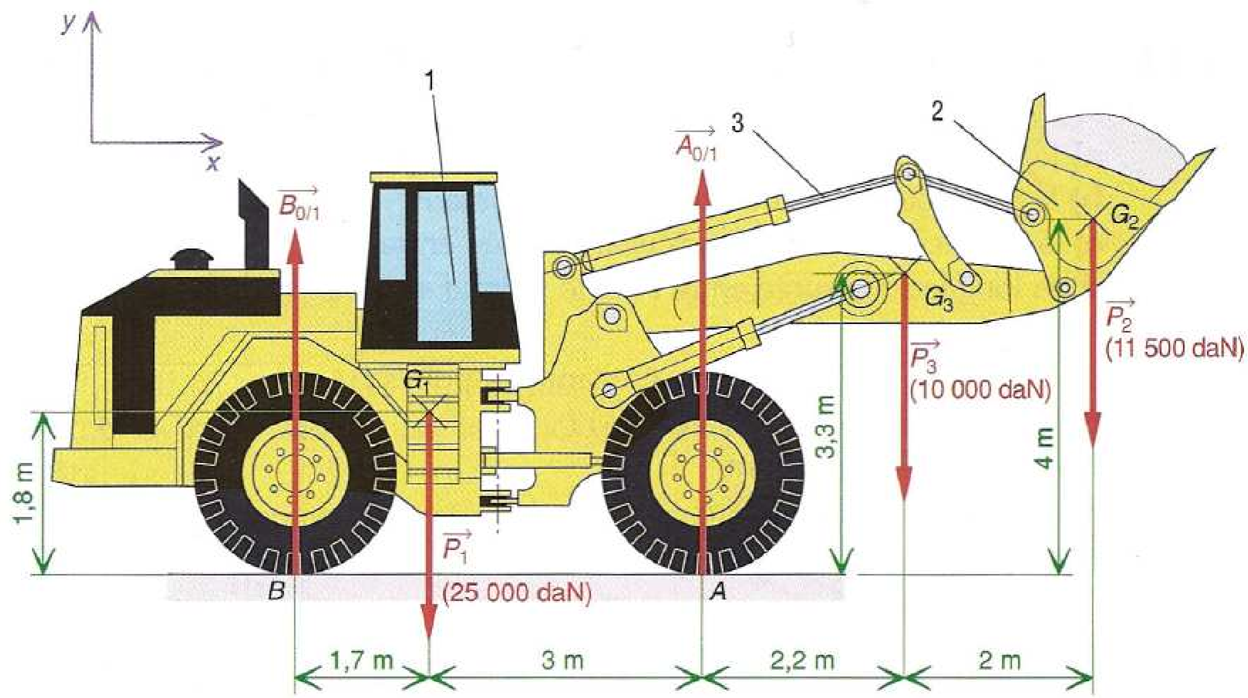
Exemple 1



Une balance romaine se compose d'un balancier **2**, avec fléau gradué, articulé en **B** (pivot) sur un anneau de suspension **1** lié à un support fixe et d'un contrepoids d'équilibrage **3** réglable le long du fléau (a variable) de poids **q** (5 daN). La masse à peser P est suspendue en **0** (pivot) par l'intermédiaire d'un crochet **4**.
F est inconnue….
Si a = 700 mm, déterminer $\vec{P}$ puis $\vec{F}$.

……
……
……
……
……
……
……
……
……
……
……
……
……
……
……
……
……
……
……

Exemple 2



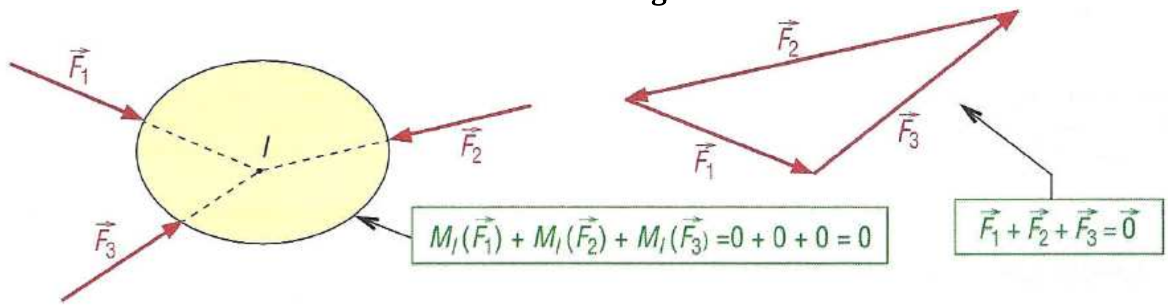
Le chargeur sur pneus se compose d'un châssis 1 (poids P_l : 25000 daN en G_1), d'un godet 2 rempli de matériaux (poids P_2 : 11500 daN en G_2) et d'un ensemble flèche 3 articulée avec vérins (poids P_3 : 10 000 daN en G_3); G_l, G_2, G_3 sont les centres de gravité respectifs.
L'ensemble est supposé en équilibre à l'arrêt.
1) Déterminer le moment résultant en A (point de contact pneu/sol) des trois poids.
2) Y-a-t-il basculement du chargeur vers l'avant? ($\overrightarrow{B_{0/1}} = \overrightarrow{0}$)
3) Pour quelles valeurs de P_2, y-a-t-il risque de basculement?

………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………

- Système soumis à trois forces non parallèles :

Théorème :

Un système isolé soumis à trois forces non parallèles est en équilibre si et seulement si :
1 – **La somme des vecteurs forces forment un triangle fermé**



$$\textbf{Soit } \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$$

2 – **Les lignes directrices des trois vecteurs sont concourantes en un point I**

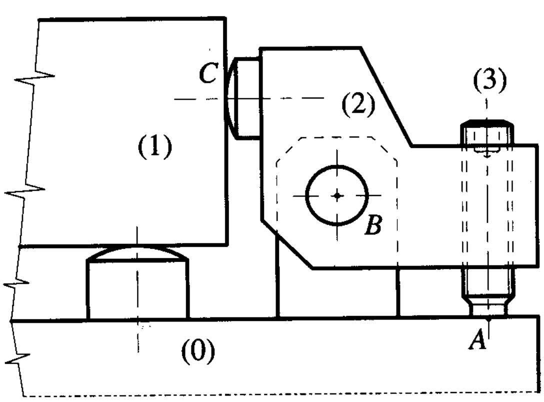
$$\boldsymbol{M_{I(\overrightarrow{F_1})} + M_{I(\overrightarrow{F_2})} + M_{I(\overrightarrow{F_3})} = 0}$$

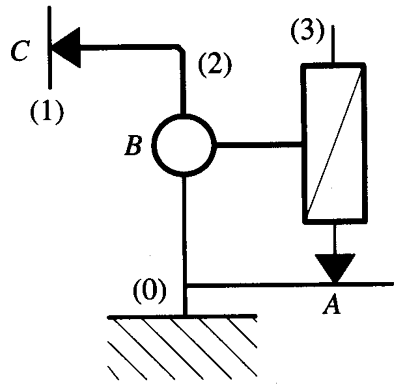
En effet les forces n'étant pas parallèles les droites d'action de d1 et d2 se coupe en I.
Alors $\boldsymbol{M_{I(\overrightarrow{F_1})} = 0}$ $\boldsymbol{M_{I(\overrightarrow{F_2})} = 0}$
Donc $\boldsymbol{M_{I(\overrightarrow{F_1})} + M_{I(\overrightarrow{F_2})} + M_{I(\overrightarrow{F_3})} = 0}$ devient $\boldsymbol{\cancel{M_{I(\overrightarrow{F_1})}} + \cancel{M_{I(\overrightarrow{F_2})}} + M_{I(\overrightarrow{F_3})} = 0}$
Comme F ≠ 0 La droite d'action de $\vec{F}_3$ passe par I !

Il faut au minimum connaitre un vecteur et une droite d'action pour pouvoir résoudre

Exemple de résolution graphique d'un système soumis à 3 actions (1er cas)

Un système de bridge classique se compose d'une pièce à serrer (1), d'une bride (2), d'une vis de pression (3) et d'un bâti (0)
Le but de l'étude est de déterminer graphiquement les actions en B et C en fonction de l'effort en A



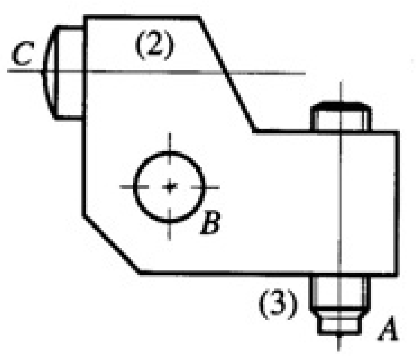


- Le système admet un plan de symétrie
- Le support de $\overrightarrow{A_{0\to 3}}$ est normal au plan d'appui du téton de la vis
- $A_{0\to 3}$ *= 100 daN*

a) isolement de S=(2+3)

(S) est soumis à 3 actions mécaniques non parallèles (1er cas)

Action	Pa	Support	Sens	Norme
$\overrightarrow{A_{0\to 3}}$	A	vertical	↑	100 daN
$\overrightarrow{B_{0\to 2}}$	B			
$\overrightarrow{C_{1\to 2}}$	C	horizontal		



Les supports sont concourants en I

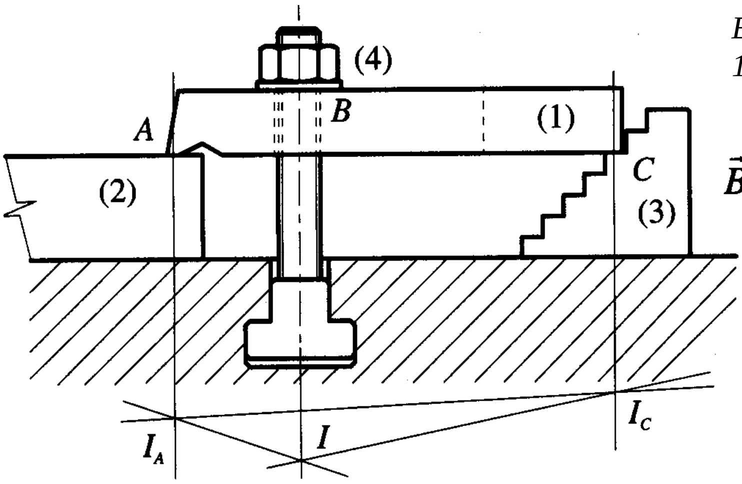
Le dynamique des forces est fermé

Méthode :

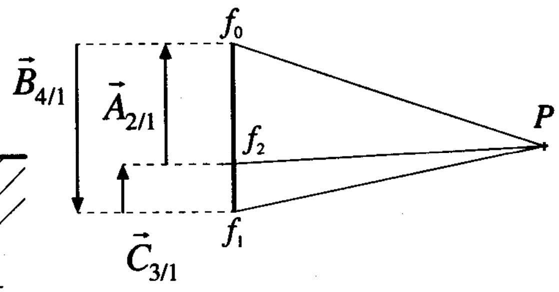
1) Faire le tableau et recenser tous les éléments connus
2) Sur le dessin de (S), tracer les supports connus : Δ de $\overrightarrow{A_{0\to 3}}$ et $\overrightarrow{C_{1\to 2}}$; les supports sont concourants en I
3) En déduire la droite d'action de $\overrightarrow{B_{0\to 2}}$: *(BI)*
4) Commencer le dynamique (polygone ici un triangle formé par les vecteurs) en traçant en premier la force connue : $\overrightarrow{A_{0\to 3}}$ en se servant de l 'échelle des forces pour la norme
5) Tracer ensuite les supports en effectuant la somme : $\overrightarrow{A_{0\to 3}} + \overrightarrow{C_{1\to 2}} + \overrightarrow{B_{0\to 2}} = \vec{0}$
6) Terminer le dynamique en mettant les sens de manière à revenir à l'origine du premier vecteur
7) Grâce à l'échelle, déduire les normes restantes
8) Compléter le tableau

Exemple de résolution graphique d'un système soumis à 3 actions parallèles (2eme cas)

Le système étudié est une bride utilisée pour maintenir une pièce en position. L'effort de serrage de l'écrou (4) sur la bride (1) vaut 100 daN. Les poids et les frottements sont négligés. Les droites d'actions sont toutes verticales



Echelle des forces :
1mm = 4,35 daN



Le but de l'étude est de déterminer graphiquement les actions en A et C en fonction de l'effort de serrage en B.

a) Isolement de la bride 4

Action	Pa	Support	Sens	Norme
$\overrightarrow{A_{2\to 1}}$	A			
$\overrightarrow{B_{4\to 1}}$	B	vertical	↓	*100 daN*
$\overrightarrow{C_{3\to 1}}$	C			

(4) soumis à 3 actions mécaniques parallèles :

Les 3 supports sont parallèles donc on utilise une autre technique de résolution : ***la technique du funiculaire***

Méthode :

1) tracer la seule force connue sur le dynamique : $\overrightarrow{B_{4\to1}}$ représenté par $\overrightarrow{f_0 f_1}$
2) choisir a droite un point P appelé *pole* et tracer les *rayons polaires* Pf_0 et Pf_1
3) choisir un point I quelconque sur le support de $\overrightarrow{B_{4\to1}}$
4) tracer à partir de I les parallèles à Pf_0 et Pf_1. Elles interceptent respectivement les supports de $\overrightarrow{A_{2\to1}}$ et $\overrightarrow{C_{3\to1}}$ en I_A et I_C
5) tracer le segment $I_A\, I_C$
6) tracer à partir de P la parallèle à $I_A\, I_C$ coupant f_0f_1 en f_2
7) le support de $\overrightarrow{A_{2\to1}}$ est intercepté par I_AI, représentant Pf_0 et par I_AI_C représentant Pf_2
   $\overrightarrow{f_2 f_0}$ représente donc $\overrightarrow{A_{2\to1}}$
8) le support de $\overrightarrow{C_{3\to1}}$ est intercepté par I_CI, représentant Pf_1 et par I_AI_C représentant Pf_2
   $\overrightarrow{f_1 f_2}$ représente donc $\overrightarrow{C_{3\to1}}$
9) mettre les sens sur le dynamique de façon à ce qu'il soit fermé : $\overrightarrow{A_{2\to1}} + \overrightarrow{B_{4\to1}} + \overrightarrow{C_{3\to1}} = \vec{0}$
10) compléter le tableau